



# Topic2 - Circling Magnet

- 林柯 傅展鹏 高登 雷杨熠 曾琳茜
- 2021年8月



上海交通大学  
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

1 题目回顾和初步分析

2 预实验

3 理论分析

4 正式实验

5 数据分析和结论



1 题目回顾和初步分析

2 预实验

3 理论分析

4 正式实验

5 数据分析和结论





## 题目回顾——Circling Magnet



- **Button magnets** with **different diameters** are attached to each end of a cylindrical battery. When placed on **an aluminium foil** the object starts to **circle**. Investigate how the motion depends on relevant parameters.
- 将**不同直径**的**纽扣磁铁**贴附到**圆柱形电池**的两端。将其放置到**铝箔**上后，物体会开始**旋转**。探究相关参数如何影响该运动。
- 关键词：**不同直径的纽扣磁铁**，**圆柱形电池**，**铝箔**，物体**旋转**

1 题目回顾和初步分析

2 预实验

3 理论分析

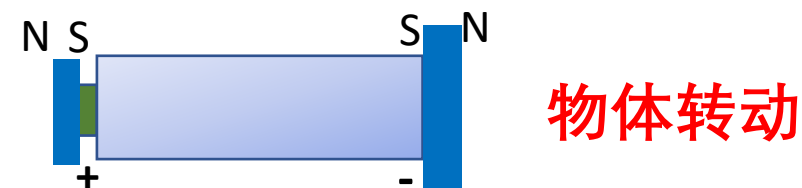
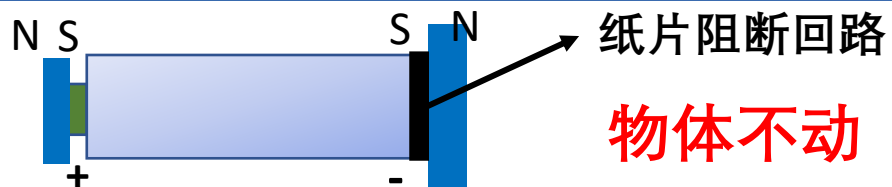
4 正式实验

5 数据分析和结论

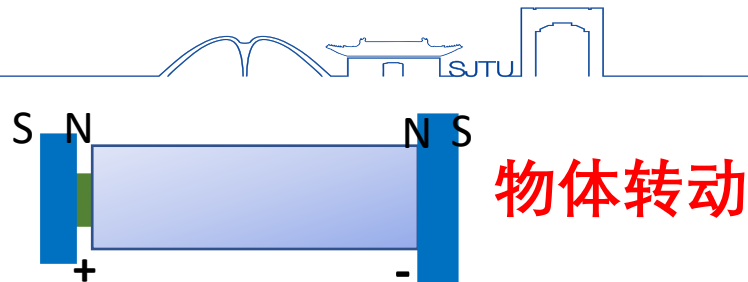
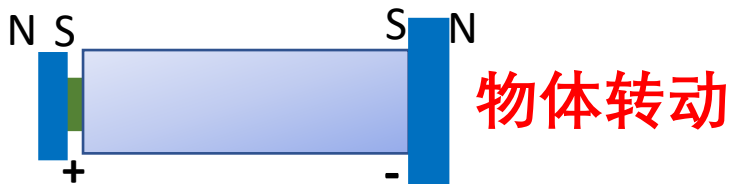
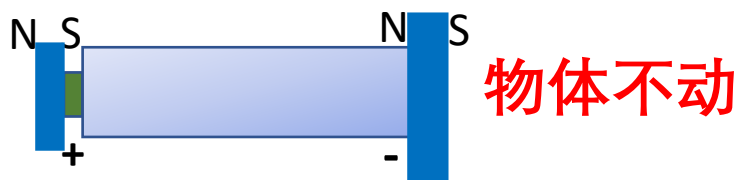


上海交通大学  
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY

# 预实验——研究电流回路通断的影响

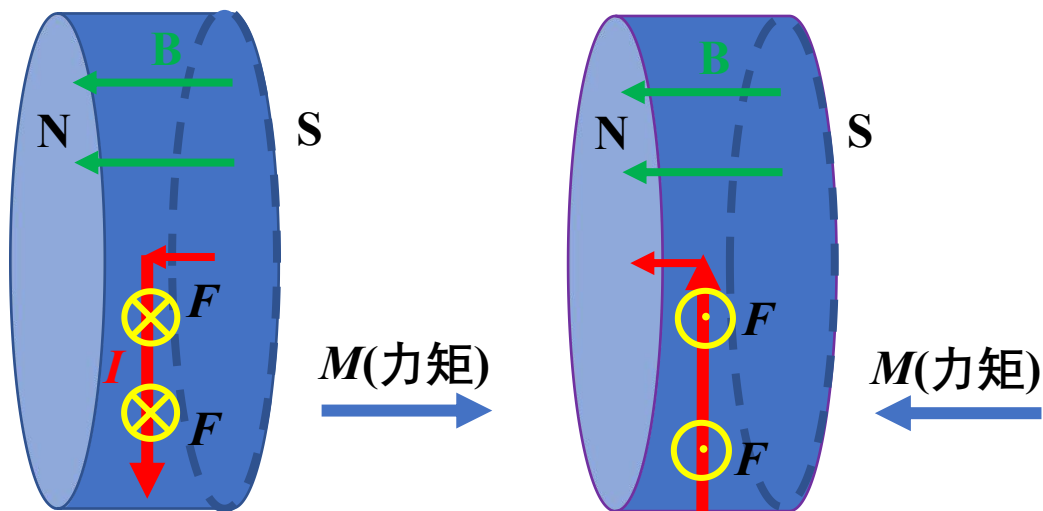
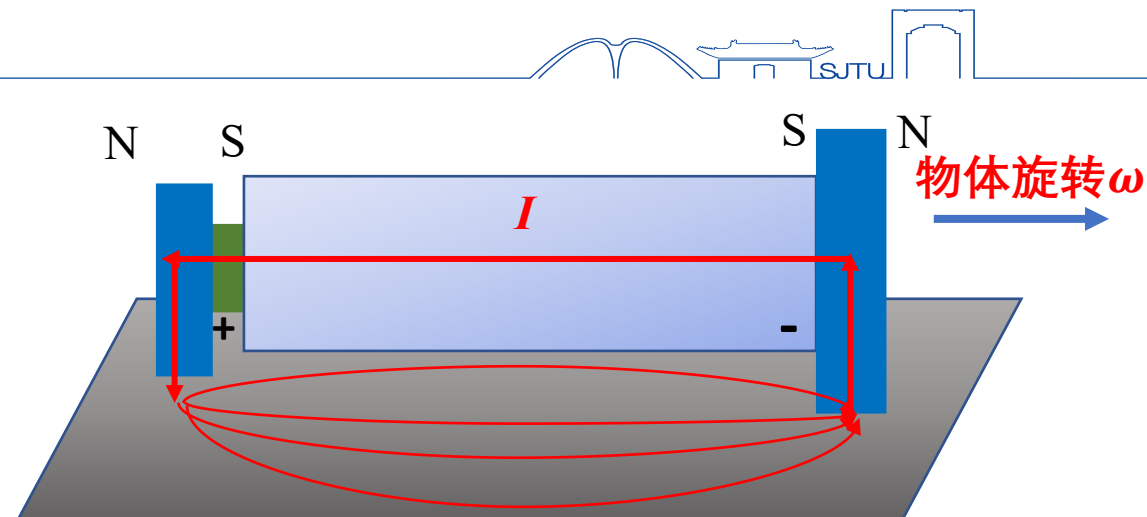
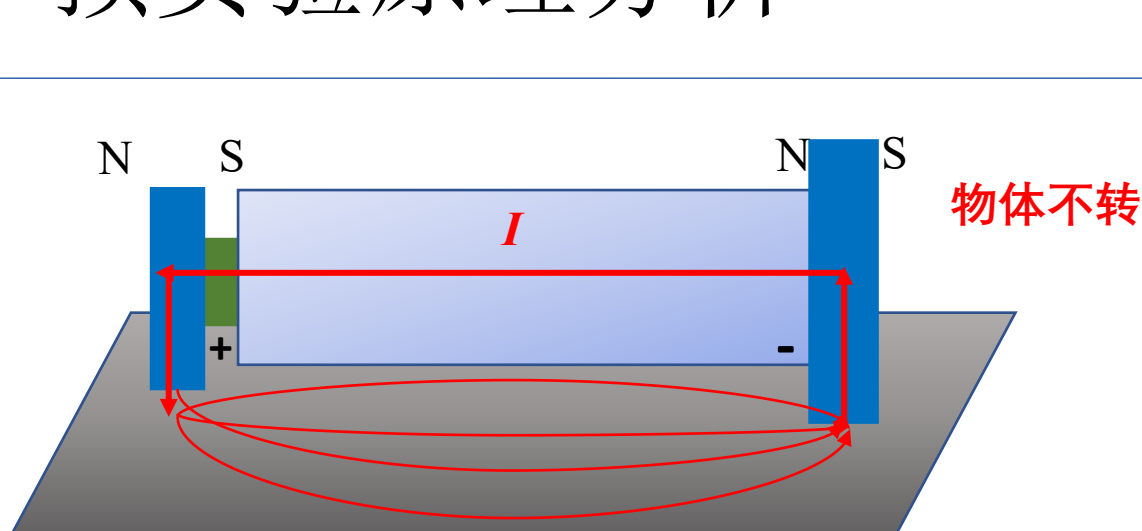


# 预实验——研究两侧磁铁极性的影响

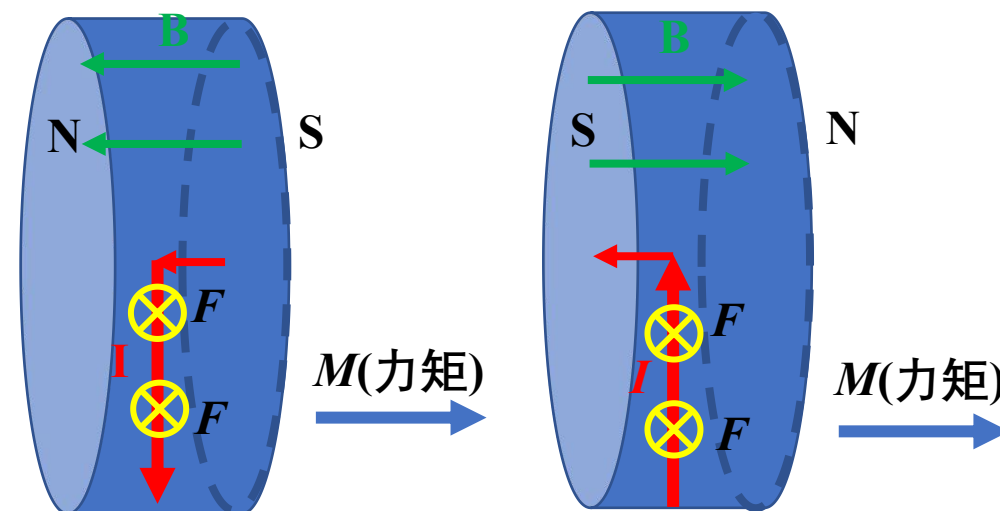




# 预实验原理分析



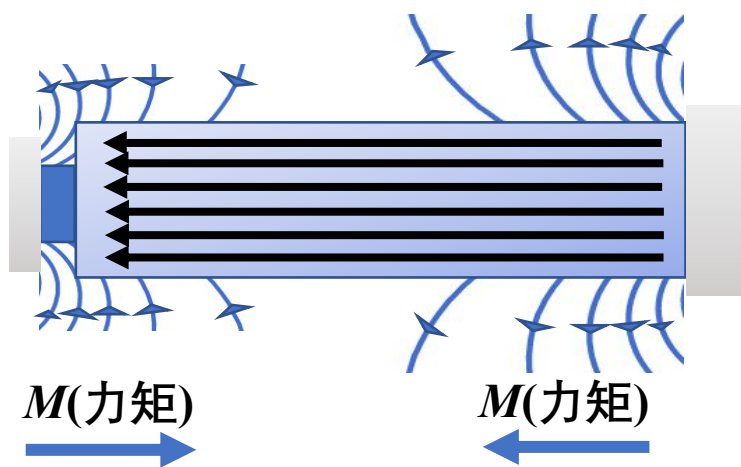
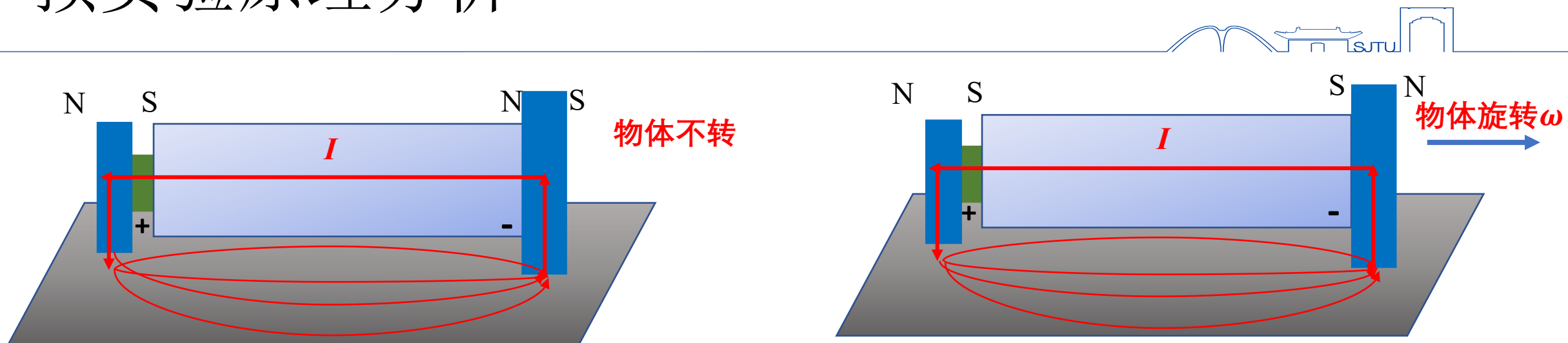
安培力力矩方向相反！



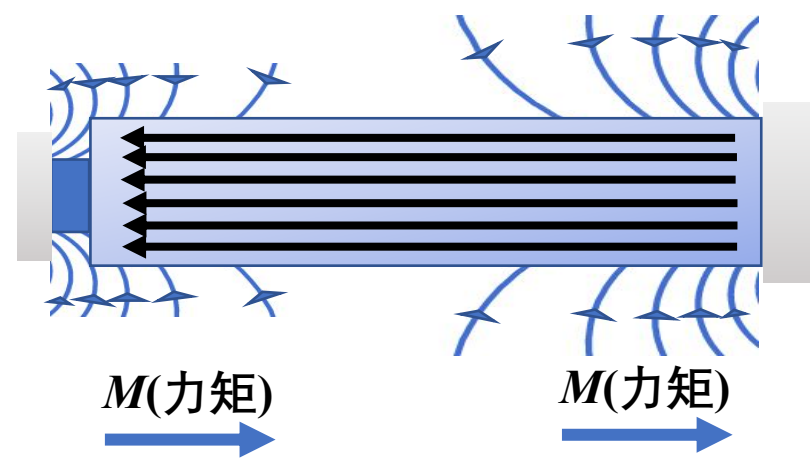
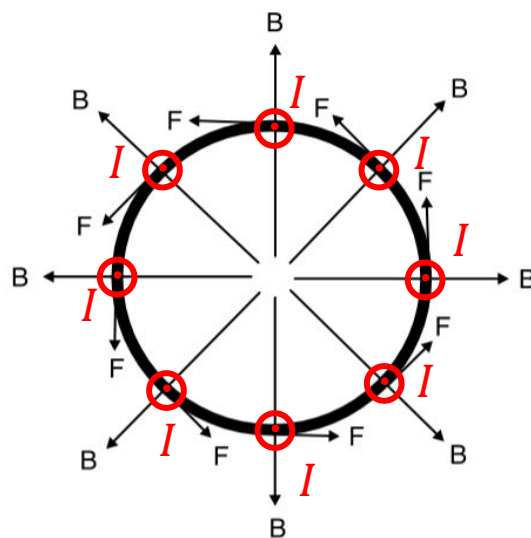
安培力力矩方向相同！



# 预实验原理分析



安培力力矩方向相反！



安培力力矩方向相同！

1 题目回顾和初步分析

2 预实验

3 理论分析

4 正式实验

5 数据分析和结论

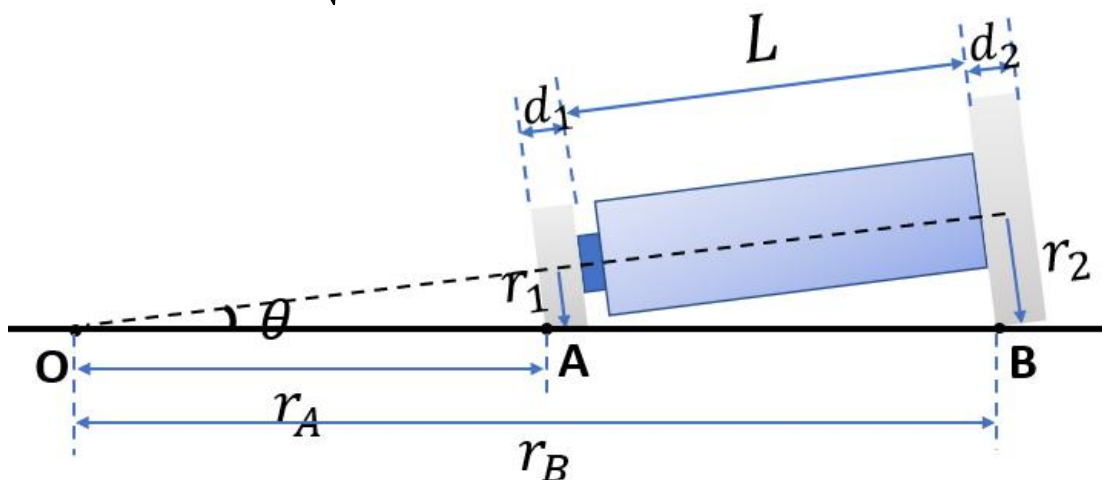


# 理论分析——物体做圆周运动相关几何参数

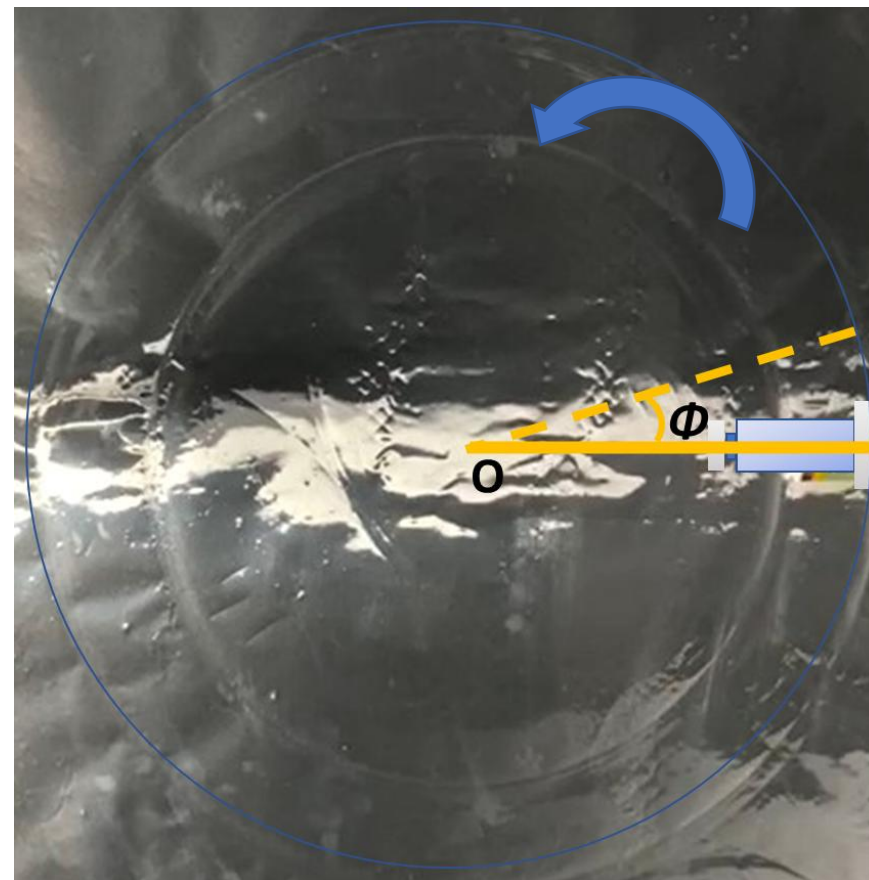


$$\left\{ \begin{array}{l} r_A = r_1 \sqrt{\left(\frac{L + d_1}{r_2 - r_1}\right)^2 + 1} \\ r_B = r_2 \sqrt{\left(\frac{L + d_1}{r_2 - r_1}\right)^2 + 1} \\ \Omega = \frac{d\phi}{dt} = \frac{r_1}{r_A} \omega = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{L + d_1}{r_2 - r_1}\right)^2 + 1}} \omega \end{array} \right.$$

$\Omega$ 为物体公转角速度  
 $\omega$ 为物体自转角速度  
 $r_1, d_1; r_2, d_2$ 为两侧磁铁的半径, 厚度  
 $r_A, r_B$ 为接触到0点的距离



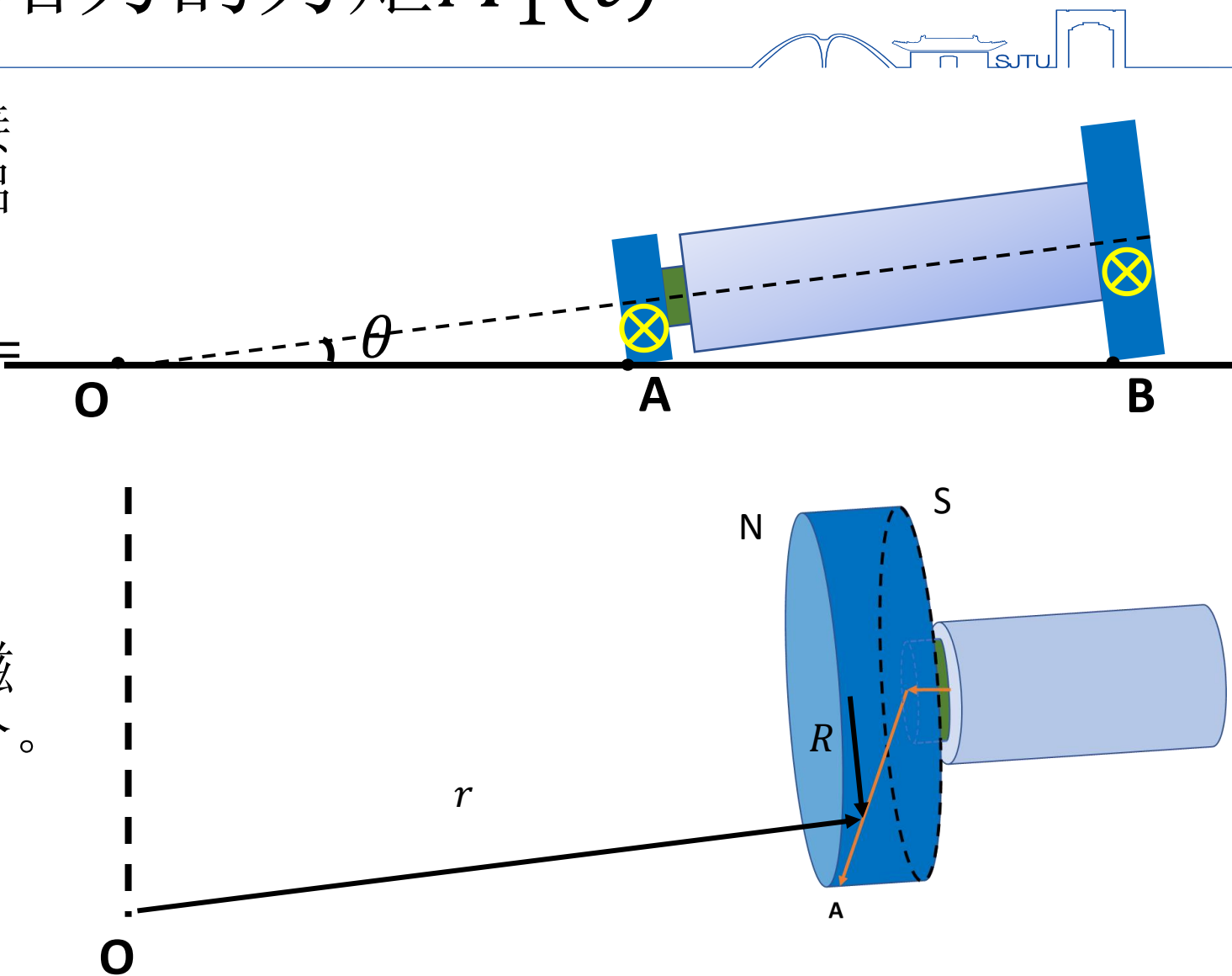
装置侧视图



装置运动俯视图

# 磁铁上电流受到安培力的力矩 $M_1(t)$

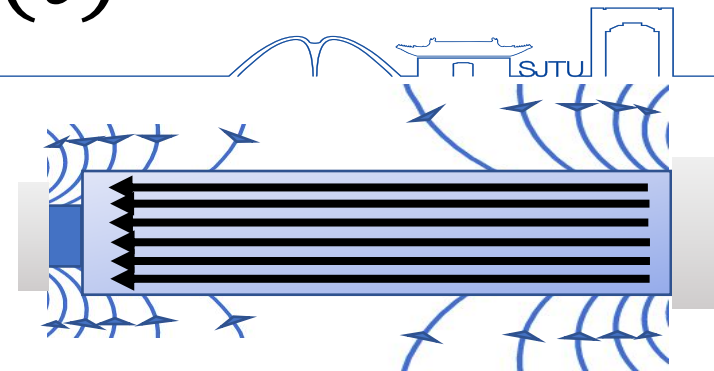
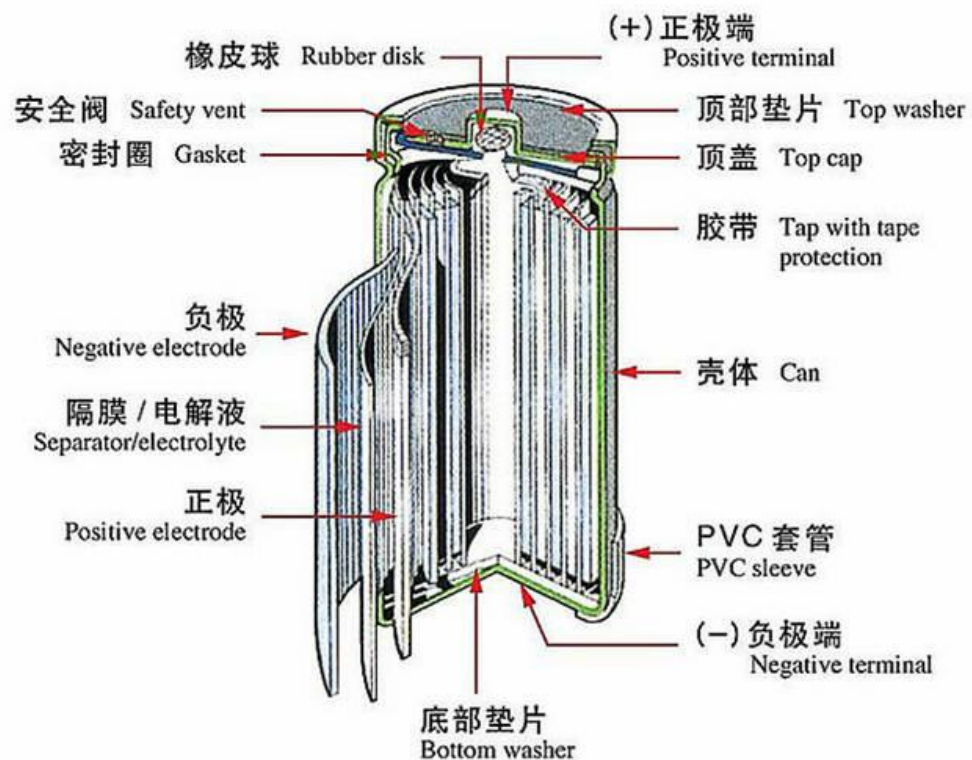
- 近似认为 磁铁和铝箔 点接触。电流从磁铁中心流到铝箔上。
- 电流元受到的安培力  $d\vec{F}_R = B_R I dR$ ,
- 对应的力矩
- $M_1 = \int \vec{r} \times d\vec{F}_R$
- 利用Matlab数值方法计算磁场分布进而对力矩进行积分。





# 电池上电流受到安培力的力矩 $M_2(t)$

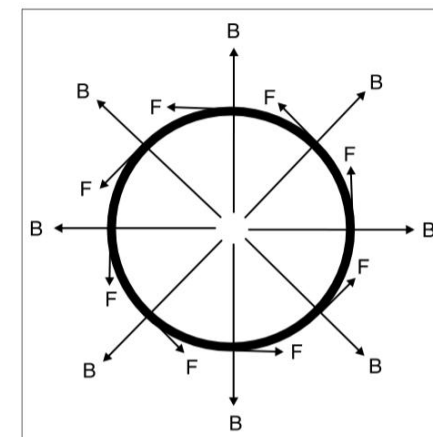
- 镍氢充电电池内部结构如下图



$$M_2 = \iint (B_{r,l} dl \cdot j \cdot 2\pi r dr) r$$

$$= \int_0^L dl \int_0^R 2\pi r^2 j B_{r,l} dr$$

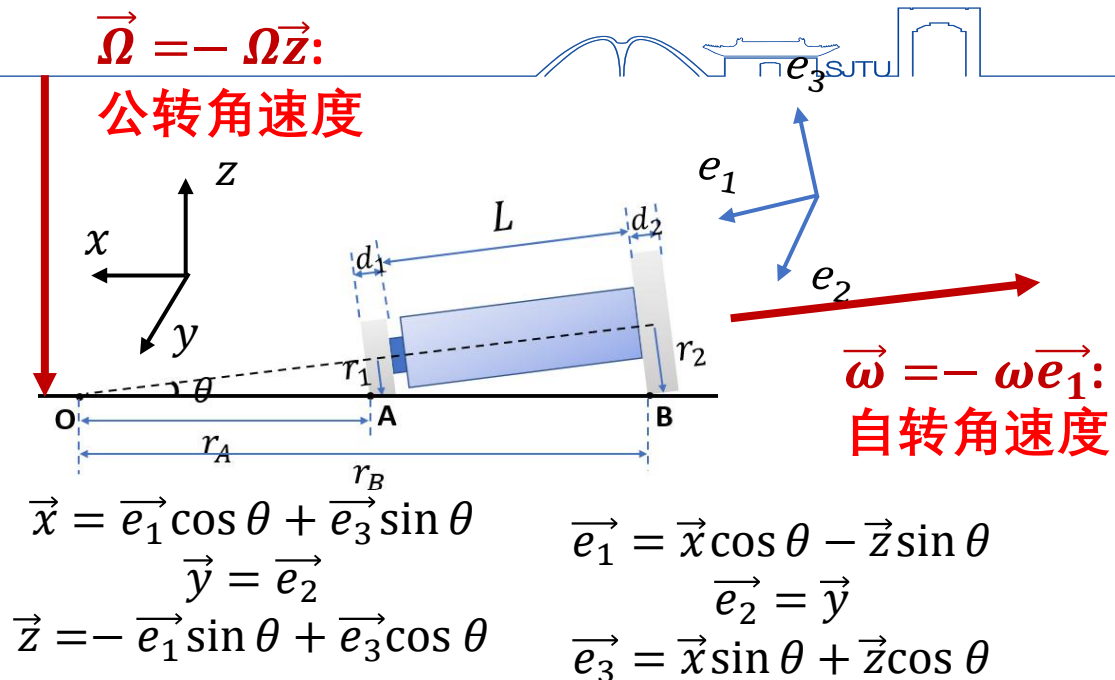
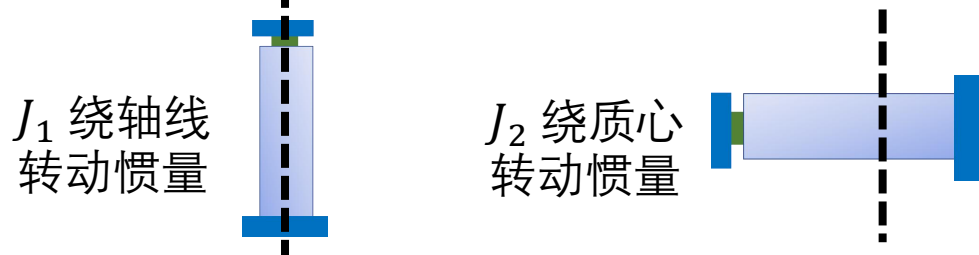
其中:  $j = \frac{I}{\pi R^2}$



# 理论分析——受力分析

- 绕0点角动量:

$$\vec{L} = J_1(-\dot{\varphi} + \Omega \sin \theta) \vec{e}_1 - J_2 \Omega \cos \theta \vec{e}_3$$



- 对0点力矩: 磁铁电流力矩+电池电流力矩+滚动摩擦力矩

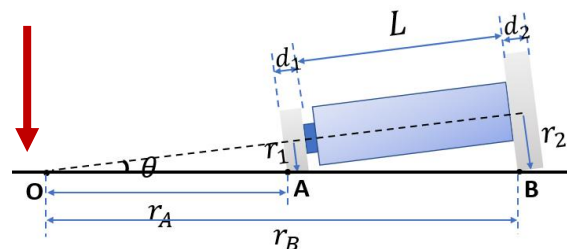
$$\vec{M} = -M_{1e_1}(t) \vec{e}_1 + M_{1e_3} \vec{e}_3 - M_2(t) \vec{e}_1 + M_f(t) \vec{x} + \vec{r}_A \times (f_{1x} \vec{x} + f_{1y} \vec{y} + N_1 \vec{z}) + \vec{r}_B \times (f_{2x} \vec{x} + f_{2y} \vec{y} + N_2 \vec{z}) + \vec{r}_c \times (m \vec{g})$$

$$= [-M_1(t) \sin \theta - M_2(t) + M_f(t) \cos \theta + (f_{1y} r_A + f_{2y} r_B) \sin \theta] \vec{e}_1 + [(N_1 r_A + N_2 r_B) - m g r_c] \vec{e}_2 + [+M_1(t) \cos \theta + M_f \sin \theta - (f_{1y} r_A + f_{2y} r_B) \cos \theta] \vec{e}_3$$

其中  $f_{1x}$ 、 $f_{1y}$ 、 $f_{2x}$ 、 $f_{2y}$  为两侧静摩擦， $N_1$ 、 $N_2$  是两侧的支持力， $M(t)$  为 动力力矩 + 滚动摩擦力矩

# 理论分析——受力分析

$\Omega$ :公转角速度



$\omega$ :自转角速度

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = J_1(-\omega' + \Omega' \sin \theta) \vec{e}_1 + [J_1(-\omega + \Omega \sin \theta) \Omega \cos \theta - J_2 \Omega^2 \sin \theta \cos \theta] \vec{e}_2 - J_2 \Omega' \cos \theta \vec{e}_3$$

- 上述等式  $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$  在  $\vec{e}_1$ 、 $\vec{e}_2$ 、 $\vec{e}_3$  三个方向分别相等

$$\begin{cases} [-M_{1e_1}(t) - M_2(t) + M_f(t) \cos \theta + (f_{1y}r_A + f_{2y}r_B) \sin \theta] = J_1(-\omega' + \Omega' \sin(\theta)) \\ [(N_1r_A + N_2r_B) - mgr_c] = [J_1(-\omega + \Omega \sin \theta) \Omega \cos \theta - J_2 \Omega^2 \sin \theta \cos \theta] \\ [+M_{1e_3}(t) + M_f \sin \theta - (f_{1y}r_A + f_{2y}r_B) \cos \theta] = -J_2 \Omega' \cos \theta \end{cases}$$

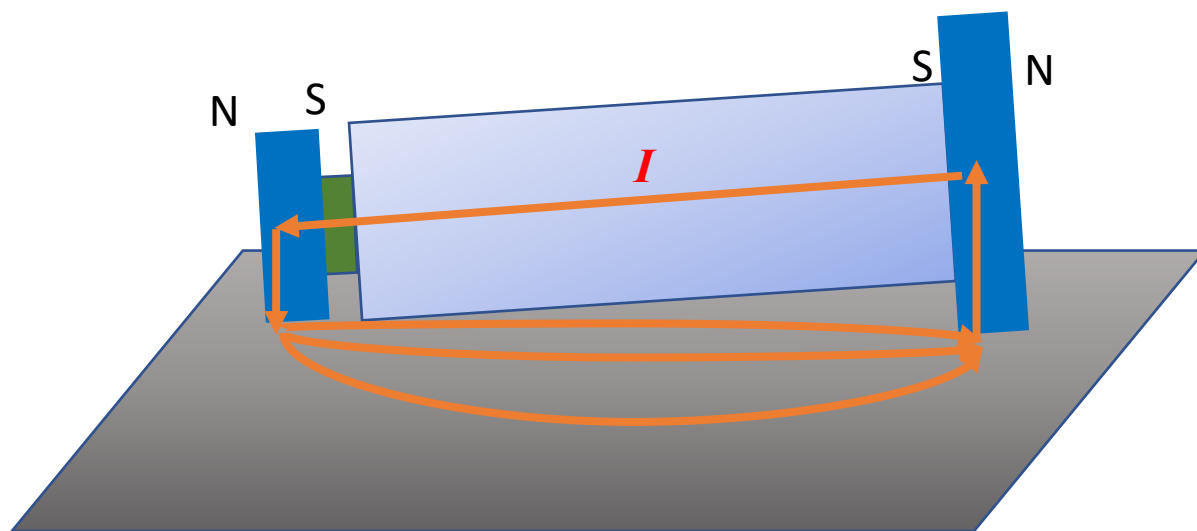
纯滚条件:  $r_A \Omega = r_1 \omega$

$$\Rightarrow M_{1e_3} \tan \theta - M_{1e_1} + \frac{M_f(t)}{\cos \theta} - M_2(t) = \left[ J_1 \left( 1 - \frac{r_1}{r_A} \sin \theta \right) + J_2 \frac{r_1}{r_A} \sin \theta \right] \omega'(t)$$

# 物体转动理论分析——动力和阻力



$$\bullet \quad M_{1e_1}(i(t)) - M_{1e_3}(i(t)) \tan \theta + M_2(i(t)) - \frac{M_f(t)}{\cos \theta} = \left( J_1 \left( 1 - \frac{r_1^2}{r_A^2} \right) + J_2 \frac{r_1^2}{r_A^2} \right) \cdot \varphi''(t)$$



其它因素：铝箔表面电流产生磁场对物体产生的二级效应，涡流产生的等效阻力，磁铁升温对磁场的影响，磁铁上的反向电动势，可近似忽略。



### 三、阻力项——摩擦阻力 $M_f(t)$

- 摩擦：磁铁和铝箔的 滚动摩擦力矩
- 结合受力分析中公式，再利用  $N_1 + N_2 = mg$

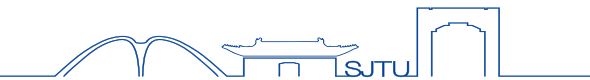
$$N_1 = \frac{mg(r_B - r_C) - J_1(\omega - \Omega \sin \theta) \Omega \cos \theta + J_2 \Omega^2 \sin \theta \cos \theta}{r_B - r_A} = C_1 - k\omega^2$$

$$N_2 = \frac{mg(r_C - r_A) + J_1(\omega - \Omega \sin \theta) \Omega \cos \theta + J_2 \Omega^2 \sin \theta \cos \theta}{r_B - r_A} = C_2 + k\omega^2$$

如右图，滚动摩擦力矩： $M_f = N_1 \epsilon_1 + N_2 \epsilon_2 = (C_1 - k\omega^2) \epsilon_1 + (C_2 + k\omega^2) \epsilon_2$

考虑到形变程度和速度有关， $\epsilon_1 = \epsilon_{10} + \delta_1 \omega$ ， $\epsilon_2 = \epsilon_{20} + \delta_2 \omega$

$$M_f = (C_1 \epsilon_{10} + C_2 \epsilon_{20}) + C_1 \delta_1 \omega + C_2 \delta_2 \omega + k\omega^2 (\epsilon_{20} + \delta_2 \omega - \epsilon_{10} - \delta_1 \omega) \approx \underbrace{(C_1 \epsilon_{10} + C_2 \epsilon_{20})}_{M_0} + \underbrace{C_1 \delta_1 \omega + C_2 \delta_2 \omega}_{\alpha \omega}$$



1 题目回顾和初步分析

2 预实验

3 理论分析

4 正式实验

5 数据分析和结论



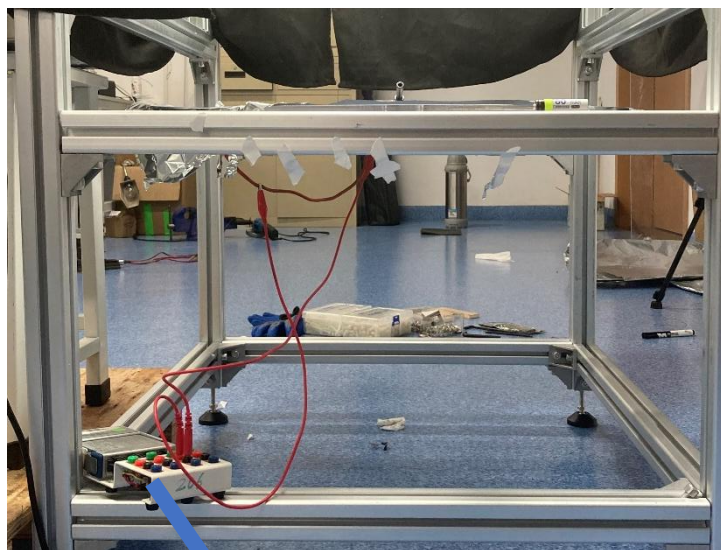
# 正式实验——实验准备



- 采用磁铁和电池组合而成的物体（如图）
- 贴上黄色贴纸，便于后期跟踪轨迹
- 防止表面因素对运动时接触电阻影响，每次实验前用酒精擦拭磁铁和铝箔表面



# 正式实验——实验平台搭建



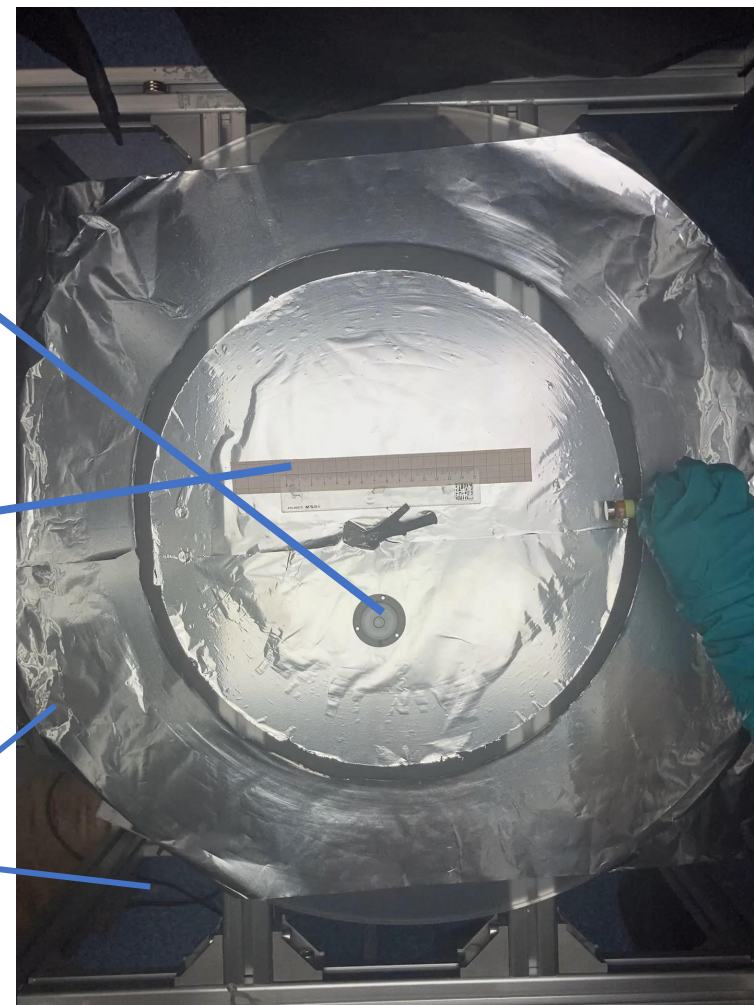
数据采集卡

侧视图

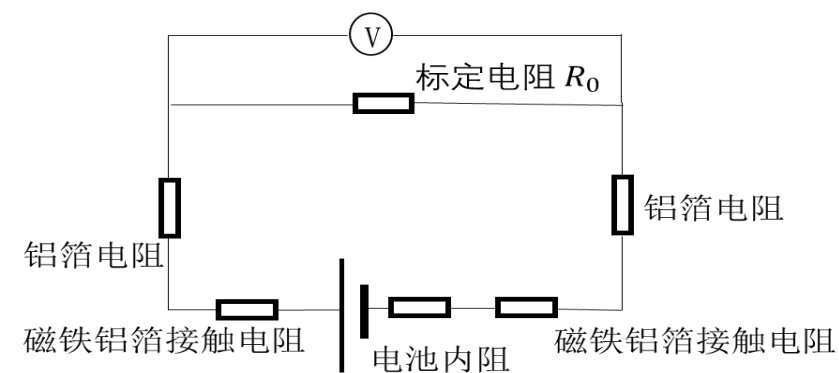
水平仪

定标刻度尺

铝箔



俯视图



电路图



1 题目回顾和初步分析

2 预实验

3 理论分析

4 正式实验

5 数据分析和结论



# 实验基本参数



- 电池参数

| 开路电压[V] | 短路电流[A] | 电池长度[m] | 电池质量[kg] | 电池半径[m] | 电池转动惯量[kg·m <sup>2</sup> ] |
|---------|---------|---------|----------|---------|----------------------------|
| 1.3227  | 8.76    | 0.0490  | 0.02905  | 0.00720 | 7.53E-07                   |

- 磁铁参数

| 编号 | 磁铁直径[mm] | 磁铁厚度[mm] | 表磁[Gauss] | 磁铁型号 | 磁铁质量[kg] | 剩磁       | 转动惯量[kg·m <sup>2</sup> ] |
|----|----------|----------|-----------|------|----------|----------|--------------------------|
| #1 | 25       | 5        | 2068      | N35  | 0.01870  | 剩磁12200G | 1.46E-06                 |
| #2 | 20       | 10       | 3861      | N35  | 0.02390  | 剩磁12200G | 1.20E-06                 |
| #3 | 18       | 5        | 2666      | N35  | 0.00970  | 剩磁12200G | 3.93E-07                 |
| #4 | 15       | 6        | 3381      | N35  | 0.00810  | 剩磁12200G | 2.28E-07                 |

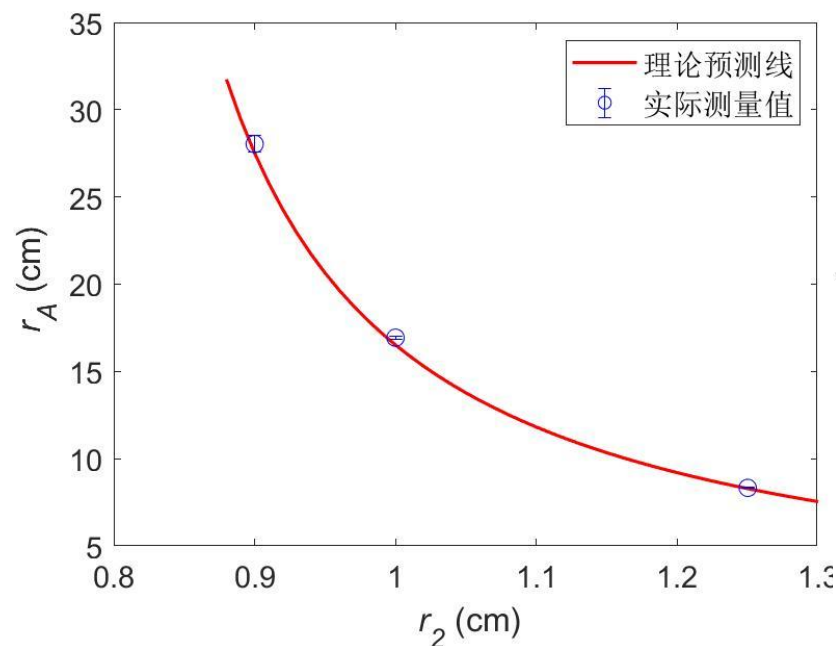
# 旋转半径比较



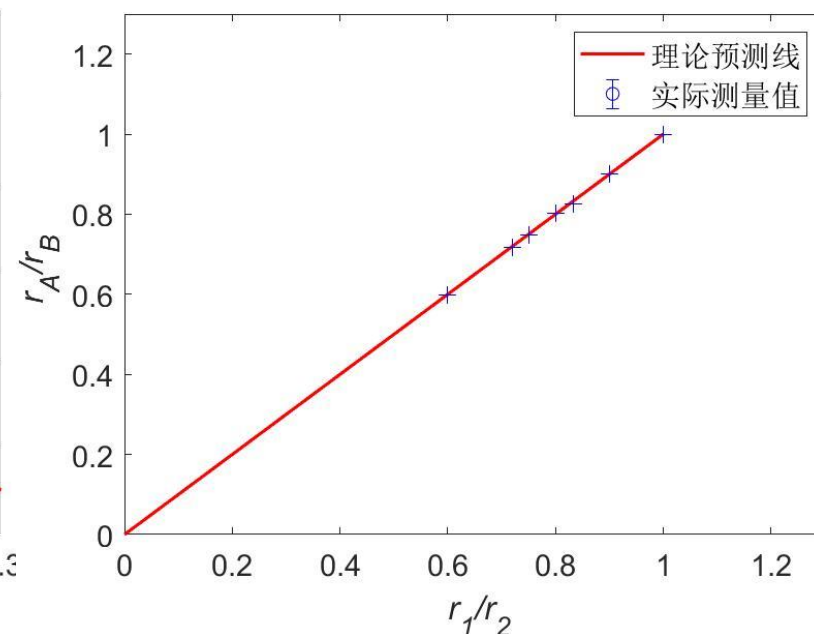
$$\begin{cases} r_A = r_1 \sqrt{\left(\frac{L+d_1}{r_2-r_1}\right)^2 + 1} & \textcircled{1} \\ r_B = r_2 \sqrt{\left(\frac{L+d_1}{r_2-r_1}\right)^2 + 1} & \textcircled{2} \\ \Omega = \frac{d\phi}{dt} = \frac{r_1}{r_A} \omega = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{L+d_1}{r_2-r_1}\right)^2 + 1}} \omega & \textcircled{3} \end{cases}$$

由①/②  $\Rightarrow$   $\frac{r_A}{r_B} = \frac{r_1}{r_2}$   $\textcircled{4}$

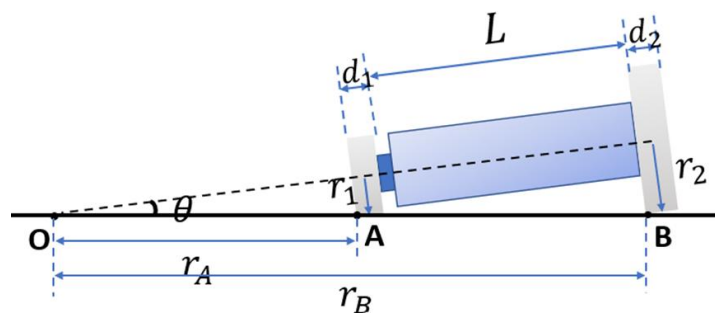
固定 $r_1$ ，改变 $r_2$   
 $r_A$ 值的理论与实验的比较



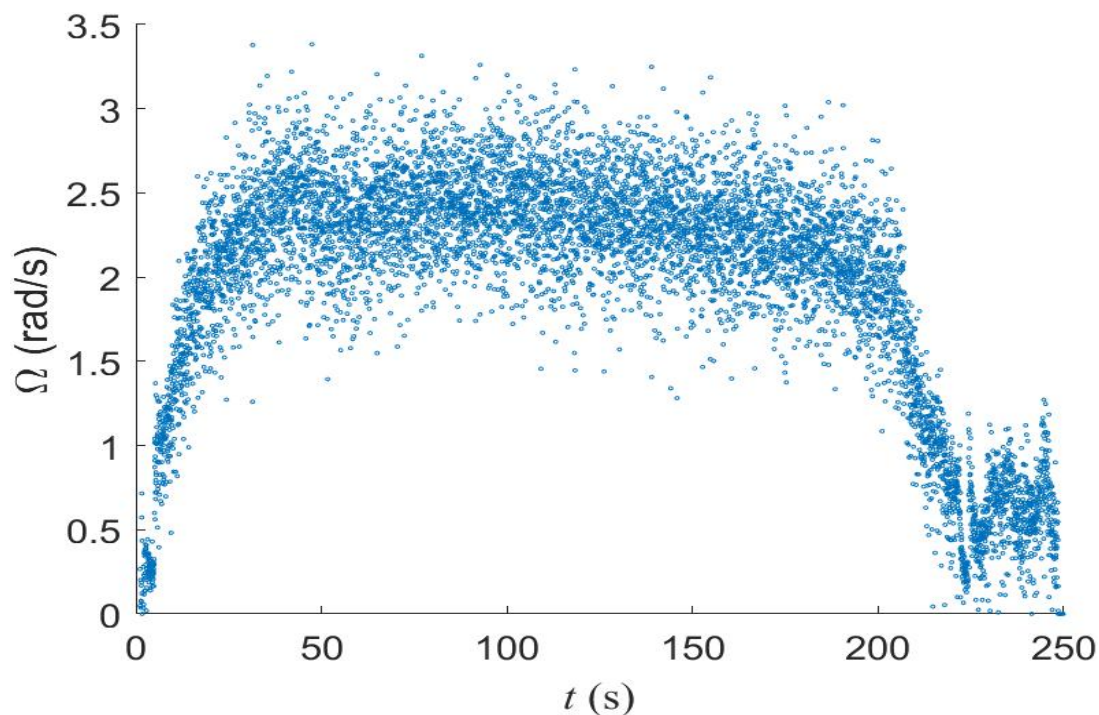
不同 $r_1$ 、 $r_2$  组合  
④式比例关系理论与实验的比较



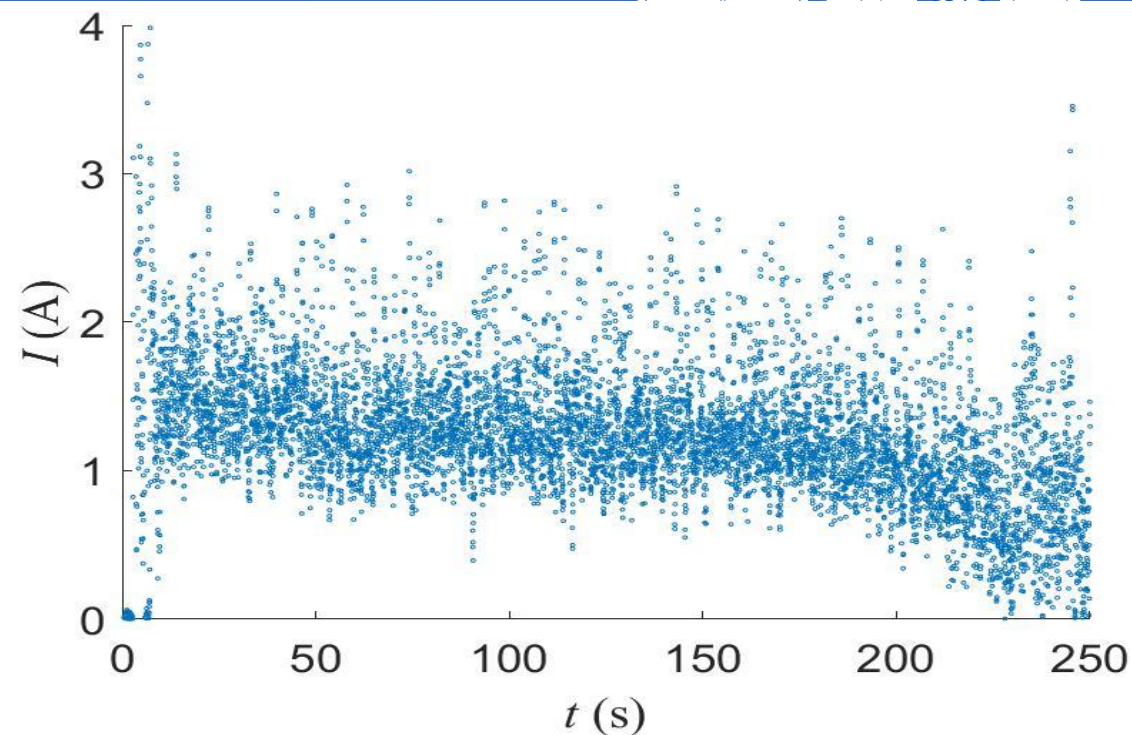
实验与理论一致！



# 实验结果验证



公转角速度随时间变化关系



电流随时间变化关系

不同段的电流变化:

上升段和匀速段: 电流基本保持不变

迅速下降段: 电池耗尽, 电流减小



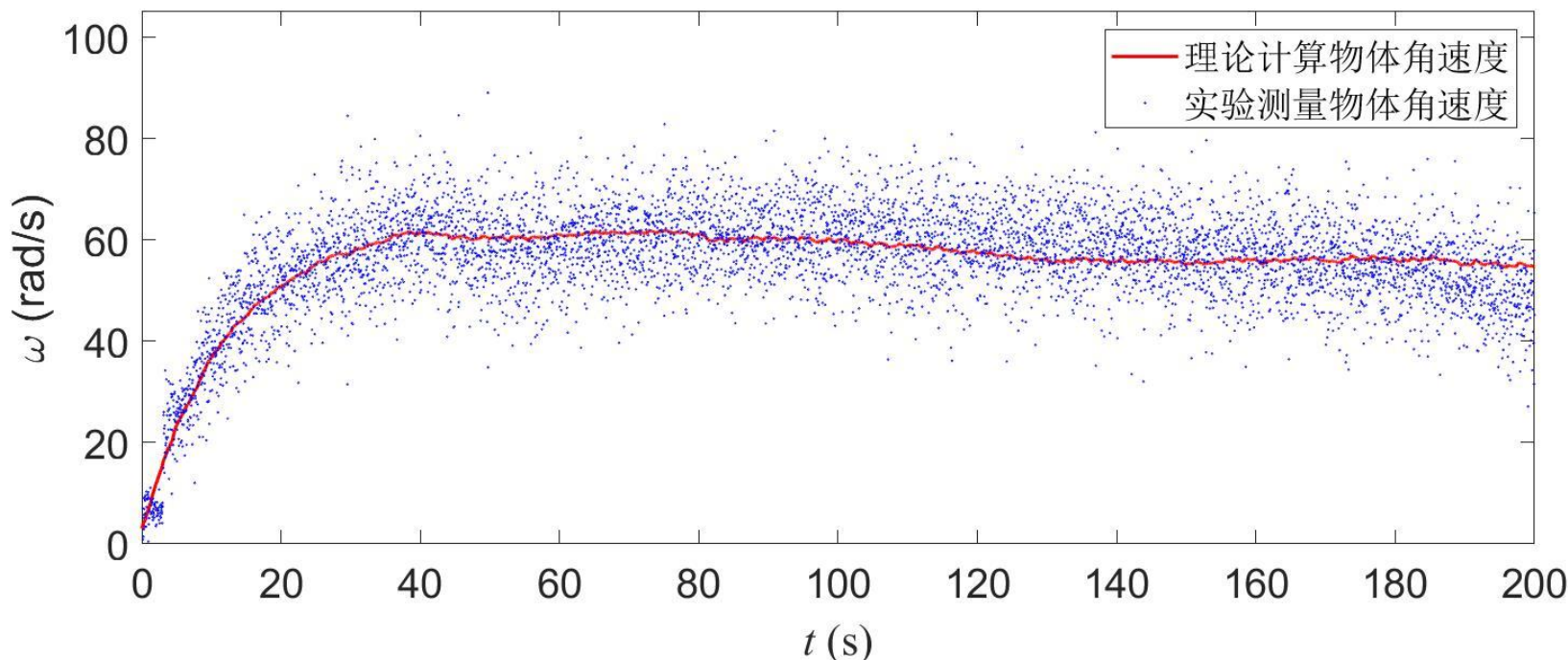
# 自转角速度随时间变化关系



$$M_{1e_1}(i(t)) - M_{1e_3}(i(t))\tan\theta + M_2(i(t)) - \frac{M_f(t)}{\cos\theta} = [J_1 \left(1 - \frac{r_1}{r_A} \sin\theta\right) + J_2 \frac{r_1}{r_A} \sin\theta] \cdot \varphi''(t)$$

$$M_{1e_1}(i(t)) - M_{1e_3}(i(t))\tan\theta + M_2(i(t)) - (M_0 + \alpha\omega(t))\sec\theta = [J_1 \left(1 - \frac{r_1}{r_A} \sin\theta\right) + J_2 \frac{r_1}{r_A} \sin\theta] \cdot \varphi''(t)$$

$$M_0 = 1.548 \times 10^{-6} \text{N}\cdot\text{m}, \quad \alpha = -0.166 \times 10^{-6} \text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}$$

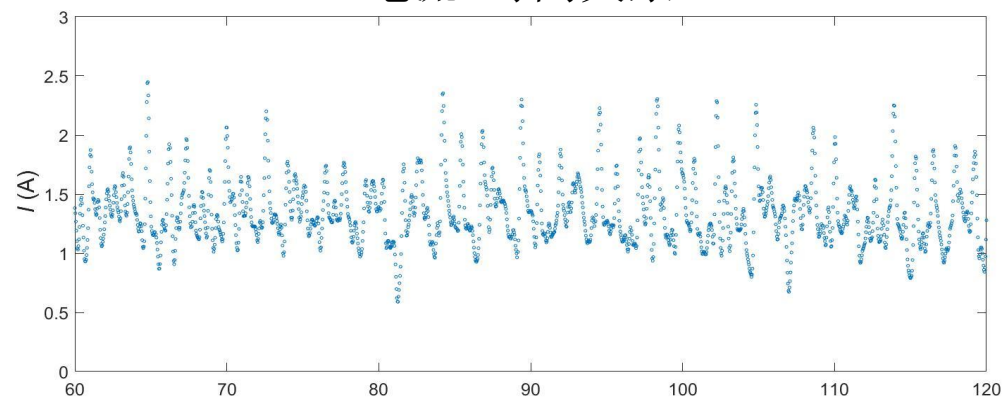


根据理论计算得到角速度和实验测量相近，趋势相同。实验和理论符合很好！

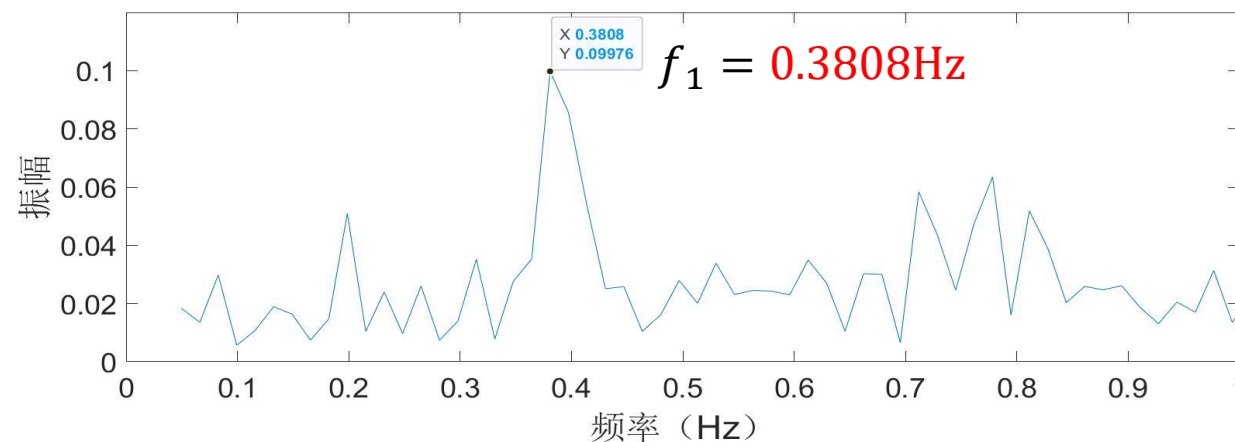
# 表面性质周期性变化的影响

接触电阻周期性变化 → 电流周期性变化 → 角速度周期性变化

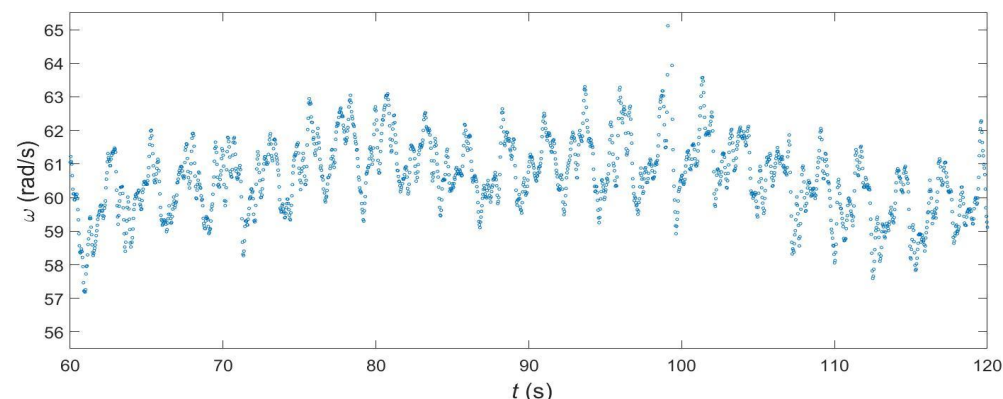
电流-时间关系



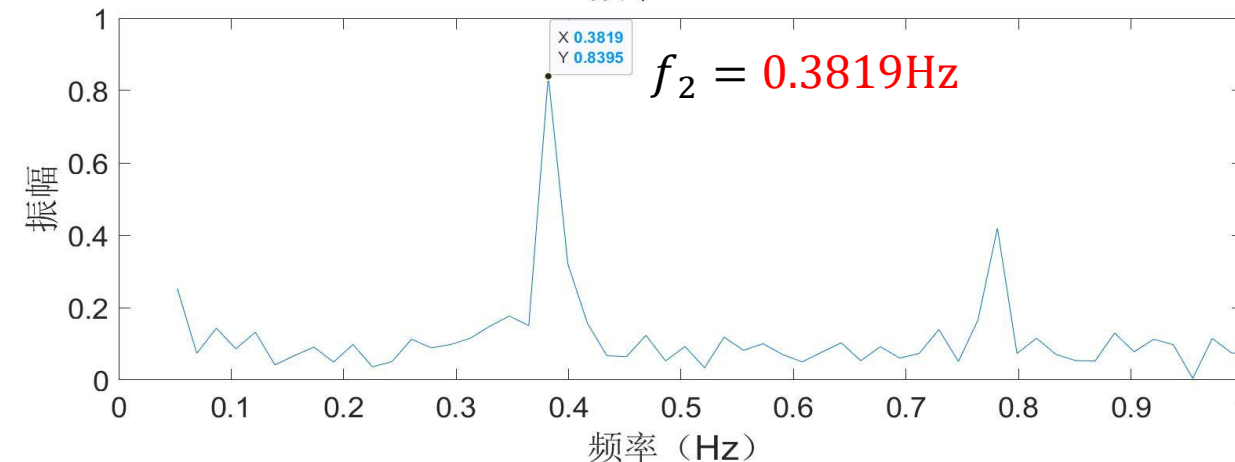
FFT



角速度-时间关系



FFT



匀速运动段公转角速度  $\Omega = \omega \times \frac{r_1}{r_A} \approx 2.40 \text{ rad/s}$  , 对应频率  $f = \frac{\Omega}{2\pi} = 0.3819\text{Hz}$

符合很好!

# 结论



- 研究了回路电阻、磁场大小、磁铁参数、电池参数等对物体运动的影响
- 回路电阻分析： 接触电阻+铝箔电阻+电池内阻+磁铁电阻+测压导线电阻
- 动力来源：
  - 磁铁上电流受到安培力力矩 $M_1(t)$
  - 电池内部电流受到的安培力力矩 $M_2(t)$
- 阻力因素：
  - 磁铁和铝箔接触面滚动摩擦 $M_f(t)$
- 表面性质的周期性变化导致电流和角速度周期性变化
- 减速段由于电池电量耗尽

# 参考文献



- 磁铁电流受力分析: [1]Brauer, H., Ziolkowski, M., Porzig, K., & Toepfer, H. (2011). Modelling and simulation of a simple homopolar motor of Faraday's type. *Facta Universitatis – Series: Electronics and Energetics*, 24(2), 221–242.
- 磁铁磁场分布: [2]周恩权, 郑仲桥, 张燕红 & 王奇瑞. (2017). 圆柱形永磁体磁场建模及仿真研究. *河南科技*(21), 139–143
- 涡流的影响: [3] González, M. I. (2004). Experiments with eddy currents: the eddy current brake. *European journal of physics*, 25(4), 463.



谢谢！



# 漂移现象

$$\begin{aligned}
 & -M_1 e_1(t) - M_2(t) + M_f(t) \cos \theta + (f_{1y} r_A + f_{2y} r_B) \sin \theta = J_1 (-\omega' + \Omega' \sin(\theta)) \quad ① \\
 & [(N_1 r_A + N_2 r_B) - mgr_c] = [J_1 (-\omega + \Omega \sin \theta) \Omega \cos \theta - J_2 \Omega^2 \sin \theta \cos \theta] \quad ② \\
 & [+M_1 e_3(t) + M_f \sin \theta - (f_{1y} r_A + f_{2y} r_B) \cos \theta] = -J_2 \Omega' \cos \theta \quad ③ \\
 & N_1 + N_2 = mg \quad ④
 \end{aligned}$$

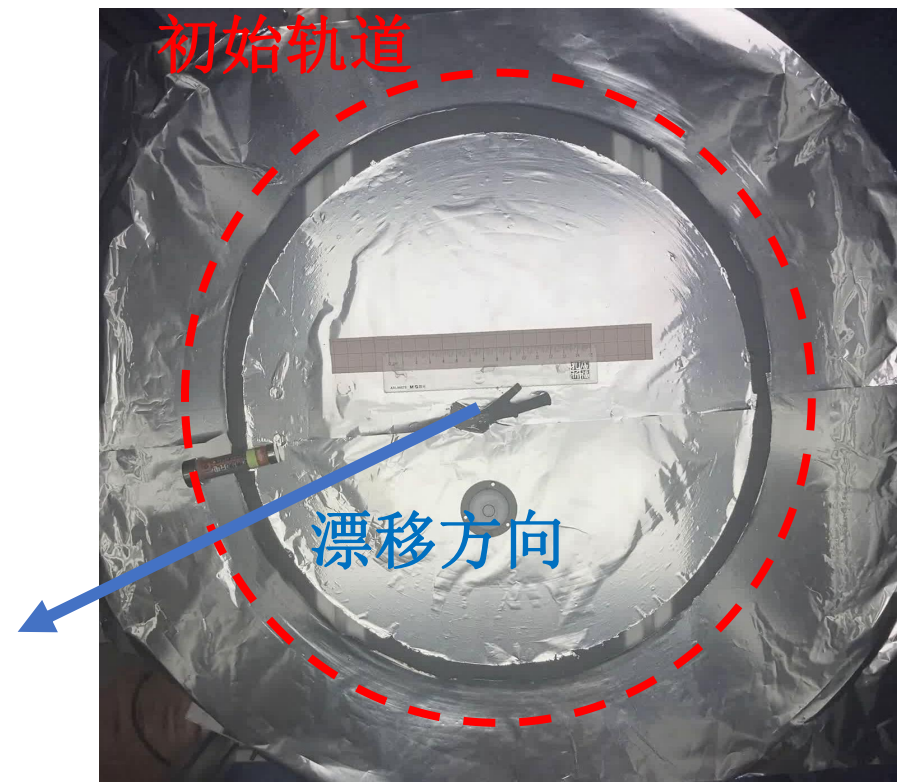
静不定问题！

角速度大时，静摩擦力不足以满足上述方程。

两侧同时达到滑动条件：

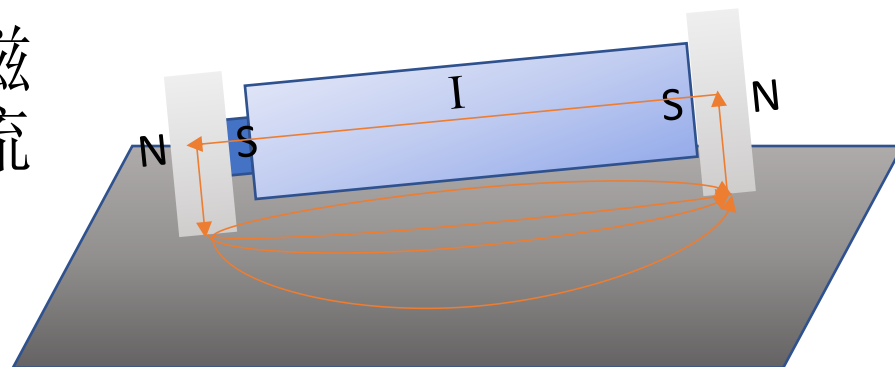
$$\sqrt{f_{1x}^2 + f_{1y}^2} = \mu N_1 \quad \sqrt{f_{2x}^2 + f_{2y}^2} = \mu N_2$$

发生漂移！



# 理论补充A——铝箔上电流产生磁场的二级影响

- 倾斜物体—>近似于点接触
- 铝箔视作无穷大平面，内侧磁铁处流入电流，外侧磁铁处流出电流。
- 电流分布：



$$j_x = j_{1x} + j_{2x} = \frac{I}{2\pi\sqrt{(x+a)^2 + y^2}} \frac{x+a}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}} + \frac{I}{2\pi\sqrt{(a-x)^2 + y^2}} \frac{a-x}{\sqrt{(a-x)^2 + y^2}}$$

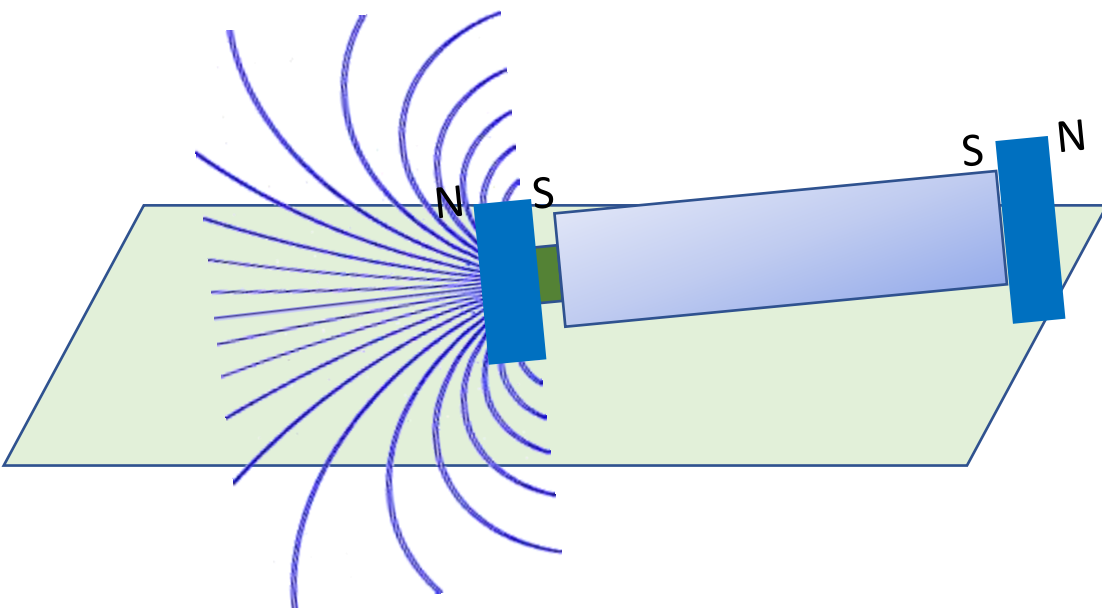
$$j_y = j_{1y} + j_{2y} = \frac{I}{2\pi\sqrt{(x+a)^2 + y^2}} \frac{y}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}} + \frac{I}{2\pi\sqrt{(a-x)^2 + y^2}} \frac{y}{\sqrt{(a-x)^2 + y^2}}$$

- 根据电流分布，计算得到铝箔上电流产生磁场  $B \approx 0.003T$ ，可以近似忽略

## 理论补充B——涡流的影响



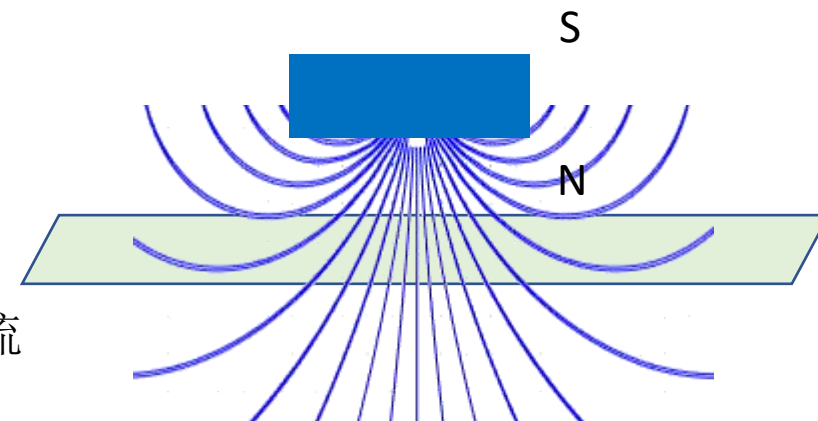
- **涡流：** 铝箔上磁通量的变化产生涡流，进而产生能量损耗



考虑极端情况



增大了磁场，放大了涡流





# 理论补充B——涡流的影响

## 1. 电涡流的贯穿深度 $h$ 和径向范围

求贯穿深度可以用平面电磁波入射到半无限大导体来进行处理, 根据麦克斯韦方程及边界条件, 可以写出方程:

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \\ \nabla \times \mathbf{J} = -\frac{\mu_0 \mu_r}{\rho} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ H_y|_{x=0} = H_0 e^{j\omega t} \\ H_x|_{y=0} = H_x|_{x=0} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

得:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_y}{\partial x} = J_y \\ \frac{\partial J_x}{\partial x} = \frac{\mu_0 \mu_r}{\rho} \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ H_y(0, t) = H_0 e^{j\omega t} \\ H_x|_{x=\infty} = H_x|_{y=\infty} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中  $H$ ——磁场强度,

$J$ ——电流,

$\mu_0, \mu_r$ ——真空和被测体的导磁系数。

解 (2) 式得:

$$H_y(x, t) = H_0 e^{-bx} e^{j(\omega t - bx^2)} \quad (3)$$

$$B_y(x, t) = \mu_0 \mu_r H_0 e^{-bx} e^{j(\omega t - bx^2)} \quad (4)$$

式中  $b = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r \omega}{2\rho}}$ , 当  $x = \frac{1}{b}$  时, 幅衰减到  $e$  分之一, 因此得贯穿深度:

$$h = \frac{1}{b} = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_0 \mu_r \omega}} = 5000 \sqrt{\frac{\rho}{\mu_r f}} \quad (5)$$

式中  $\rho$  为导体电阻率 (欧姆·毫米<sup>2</sup>/米)。

贯穿深度即为磁场强度的趋肤深度, 即电涡流贯穿深度。

## 2. 电涡流的损耗功率

设有一如图 3 所示的回路元, 其厚度为  $h$  (由涡流贯穿深度所决定), 回路元的电阻为  $R = \rho \cdot l / s$ , 则所计算范围内电涡流的损耗功率为

$$P = \int dp = \int d \frac{E^2}{R} \quad (7)$$

式中  $E$  为感应电动势的有效值;  $R$  值为:

$$R = \rho \frac{l}{s} = \rho \cdot \frac{2\pi r}{h \cdot dr} \quad (8)$$

因为感应电动势

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

如设

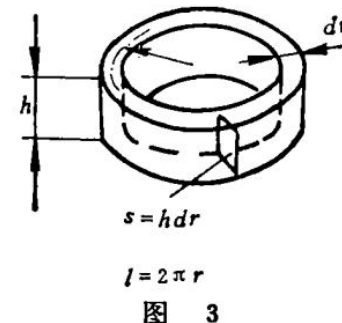
$$B = B_m \sin \omega t$$

则

$$\varepsilon = -\pi r^2 \omega B_m \cos \omega t \quad (9)$$

所以在回路元处感应电动势的有效值为:

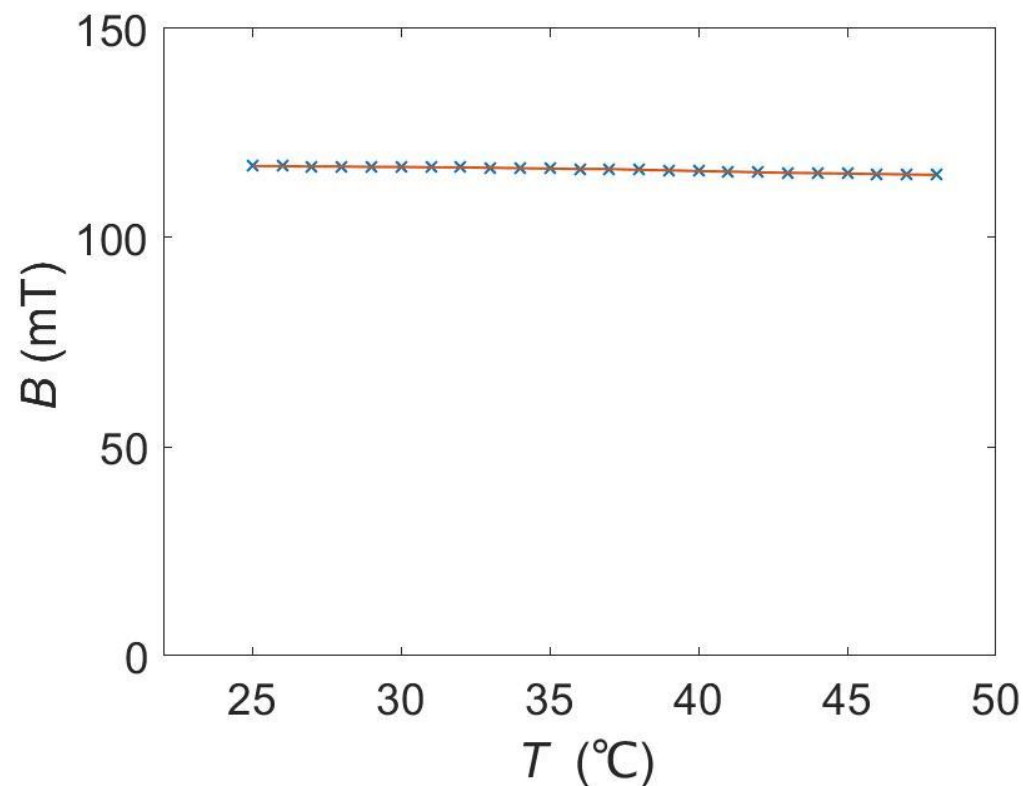
$$E = \frac{\pi r^2 \omega B_m}{\sqrt{2}}$$



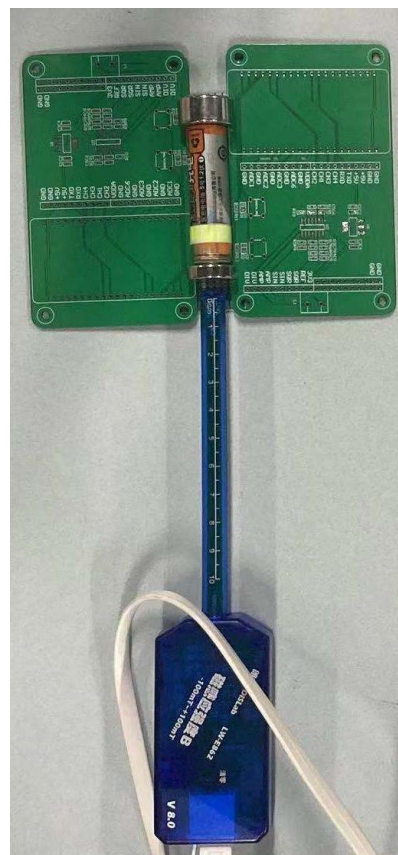
$$\text{涡流损耗占比} \frac{P_{eddy}}{UI} \sim 10^{-7}$$

忽略涡流的影响!

# 理论补充C——磁铁升温对磁场的影响



- 一定距离处磁场强度和温度的关系图



| Grade<br>规格 | Br<br>剩磁  |           | Temperature<br>工作温度 |
|-------------|-----------|-----------|---------------------|
|             | kGs       | T         | /(L/D=0.7)          |
| N52         | 14.9~14.2 | 1.49~1.42 | ≤80                 |
| N50         | 14.5~14.0 | 1.45~1.40 | ≤80                 |
| N48         | 14.1~13.6 | 1.41~1.36 | ≤80                 |
| N45         | 13.8~13.2 | 1.38~1.32 | ≤80                 |
| N42         | 13.3~12.8 | 1.33~1.28 | ≤80                 |
| N40         | 13.1~12.5 | 1.31~1.25 | ≤80                 |
| N38         | 12.7~12.3 | 1.27~1.23 | ≤80                 |

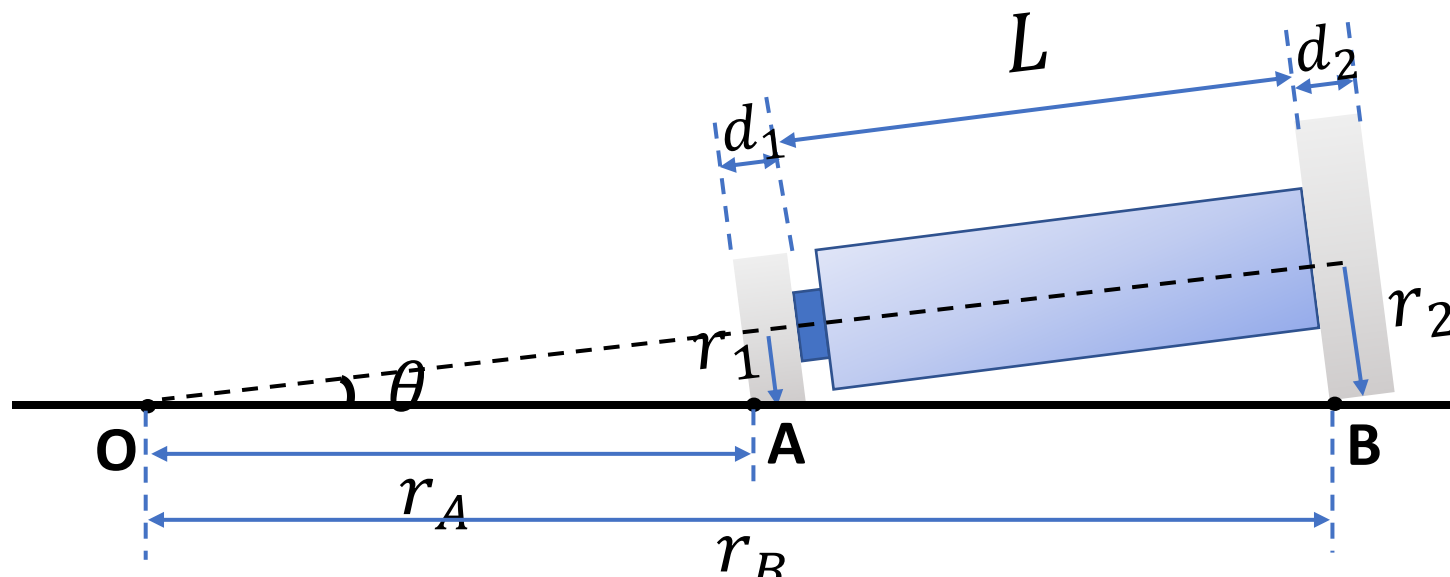
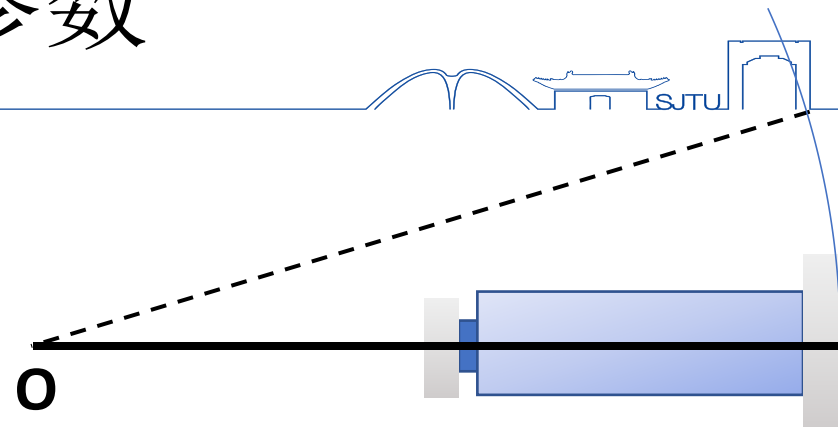
实验测量最大温度40℃，该范围内磁场变化小于0.94%！

# 附录A——物体圆周运动相关参数

利用几何关系+纯滚条件:

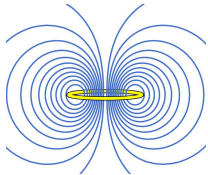
$$\begin{cases} r_1 = r_A \sin(\theta) \\ r_2 = r_B \sin(\theta) \\ r_B \cos(\theta) - r_A \cos(\theta) = L + d_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_A = r_1 \sqrt{\left(\frac{L + d_1}{r_2 - r_1}\right)^2 + 1} \\ r_B = r_2 \sqrt{\left(\frac{L + d_1}{r_2 - r_1}\right)^2 + 1} \\ \Omega = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{r_1}{r_A} \omega = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{L + d_1}{r_2 - r_1}\right)^2 + 1}} \omega \end{cases}$$





## 附录B——纽扣电池产生的磁场模型

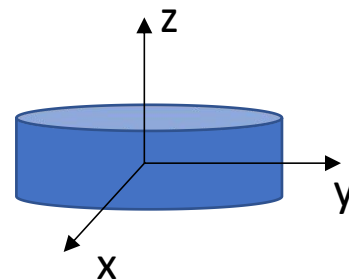
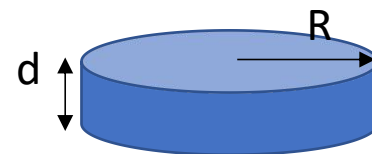
- 分子电流假设: 
- 纽扣磁铁—>有一定宽度的环形电流—>对无厚度环形电流积分
- 侧面环形电流的面电流密度:  $J_m = \frac{B_r}{\mu_0}$

电流环产生磁感应强度  $\vec{B}$  在  $x, y, z$  的分量分别为:

圆柱永磁体空间磁感应强度为:

$$\left\{ \begin{aligned} dB_x &= \frac{\mu_0 J_m dz_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(z-z_0)r_0 \cos \theta}{K} d\theta \\ dB_y &= \frac{\mu_0 J_m dz_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(z-z_0)r_0 \sin \theta}{K} d\theta \\ dB_z &= \frac{\mu_0 J_m dz_0}{4\pi} \left\{ \int_0^{2\pi} \frac{-r_0(x-r_0 \cos \theta) \cos \theta}{K} d\theta \right. \\ &\quad \left. - \int_0^{2\pi} \frac{r_0(y-r_0 \sin \theta) \sin \theta}{K} d\theta \right\} \end{aligned} \right. \quad (5) \longrightarrow \left\{ \begin{aligned} B_x &= \frac{\mu_0 J_m dz_0}{4\pi} \int_0^h \int_0^{2\pi} \frac{r_0(z-z_0) \cos \theta}{K} d\theta \\ B_y &= \frac{\mu_0 J_m dz_0}{4\pi} \int_0^h \int_0^{2\pi} \frac{r_0(z-z_0) \sin \theta}{K} d\theta \\ B_z &= \frac{\mu_0 J_m dz_0}{4\pi} \left\{ \int_0^h \int_0^{2\pi} \frac{-r_0(x-r_0 \cos \theta) \cos \theta}{K} d\theta \right. \\ &\quad \left. - \int_0^h \int_0^{2\pi} \frac{r_0(y-r_0 \sin \theta) \sin \theta}{K} d\theta \right\} \end{aligned} \right. \quad (6)$$

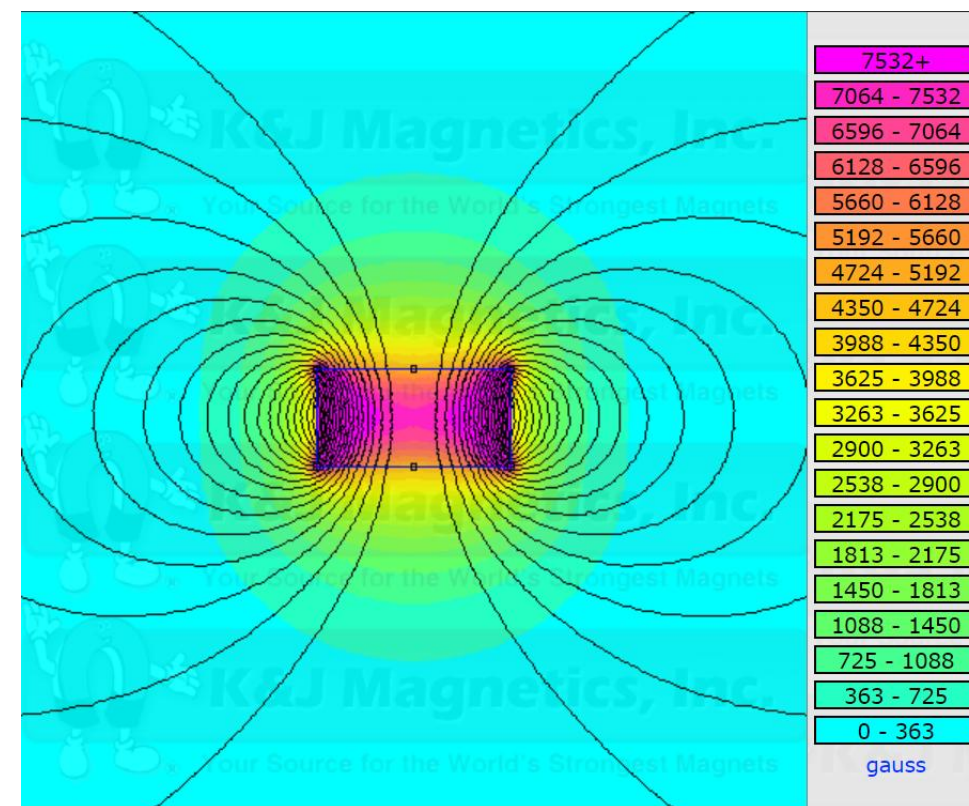
$$K = [(x-r_0 \cos \theta)^2 + (y-r_0 \sin \theta)^2 + (z-z_0)^2]^{3/2}$$





## 附录B——纽扣电池产生的磁场模型

- 考虑到对称性,  $X$ ,  $Y$  方向等价, 合成径向  $\rho$  向磁感应强度
- 根据上述方程, 利用Matlab数值方法, 得到空间中各个点的磁感应强度。(Matlab程序见附页)



# 附录C——计算圆柱形磁铁空间磁场分布



```
• function B=FieldSolenoid(a,L,Br,rho,z)
• zp=z+L./2; zm=z-L./2;
• kp=sqrt(4.*a.*rho./((a+rho).^2+zp.^2)); km=sqrt(4.*a.*rho./((a+rho).^2+zm.^2));
• if(rho==0) % Field on the solenoid axis
•     B(1)=0;
• else
•     B(1)=Br./pi.*sqrt(a./rho).*((kp.^2-2)./(2.*kp).*EllipticK(kp)+...
•         EllipticE(kp)./kp)-((km.^2-2)./(2.*km).*EllipticK(km)+EllipticE(km)./km));
• end
• Bo=Br./pi;
• kp=sqrt((zp.^2+(a-rho).^2)./(zp.^2+(a+rho).^2));
• km=sqrt((zm.^2+(a-rho).^2)./(zm.^2+(a+rho).^2));
• betap=zp./sqrt(zp.^2+(rho+a).^2); betam=zm./sqrt(zm.^2+(rho+a).^2);
• g=(a-rho)./(a+rho);
•
• if(kp<1)
•     B(2)=Bo.*a./ (a+rho) .*1./ (g+1) .* (betap.*(EllipticK(sqrt(1-kp.^2))+g.*EllipticPi(1-g.^2,sqrt(1-
• kp.^2))))...
•         -betam.*(EllipticK(sqrt(1-km.^2))+g.*EllipticPi(1-g.^2,sqrt(1-km.^2))));
• else
•     B(2)=Bo.*a./ (a+rho) .*1./ (g.*(g+1)) .* (betap./kp.*(EllipticK(sqrt((-1+kp).*(kp+1))./kp).*g+...
•         EllipticPi((-1+g).*(g+1)./g.^2, sqrt((-1+kp).*(kp+1))./kp))...
•         -betam./km.*(EllipticK(sqrt((-1+km).*(km+1))./km).*g+EllipticPi((-1+g).*(g+1)./g.^2, sqrt((-
• 1+km).*(km+1))./km)));
• end
```

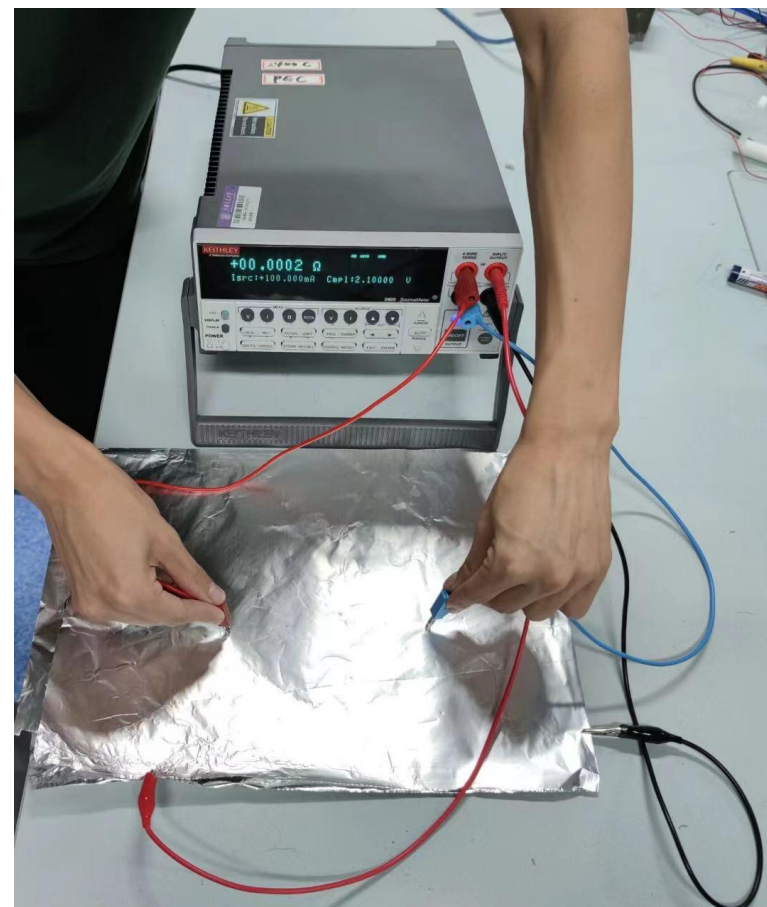
# 附录D——计算电池上电流受到的安培力力矩



```
• % 长度0.049m, 半径0.0072m
• r1=0.075; d1=0.006 % 磁铁半径和厚度
• r2=0.01; d2=0.005 % 磁铁半径和厚度
• L=0.049; R=0.0072; % 电池长度和半径
• I0=5.6; % 电流
• n=100; % 数值方法, 分成n份求数值积分
• dL=L/n; dR=R/n;
• M_process=0;
• % FieldR=zeros(1,2)
• for jj=1:n
•     Rjj=jj*dR;
•     for ii=1:n
•         Lii=ii*dL;
•         Field=FieldSolenoid(r1,d1,1.22,Rjj,d1/2+Lii)+FieldSolenoid(r2,d2,1.47,Rjj,d2/2+L-Lii);
•         M_process=M_process+dL*dR*Field(1)*Rjj^2;
•     end
• end
• Moment=M_process*I0/R^2
```

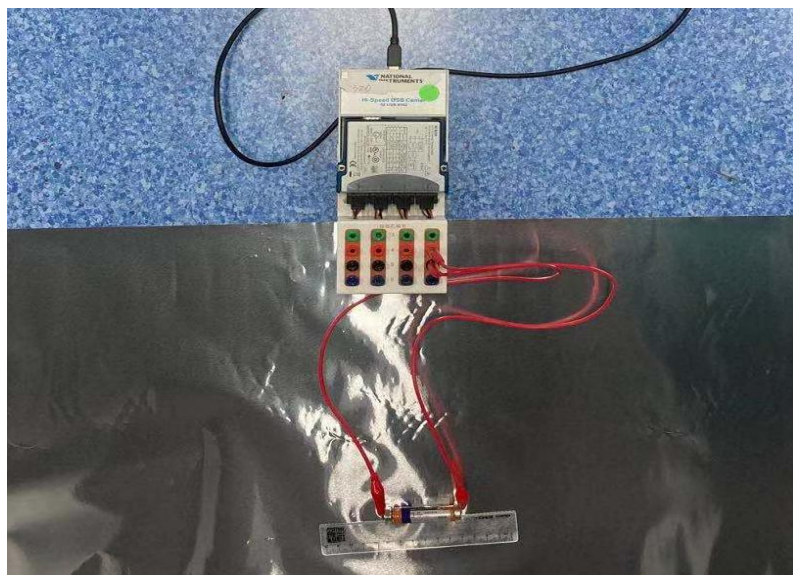
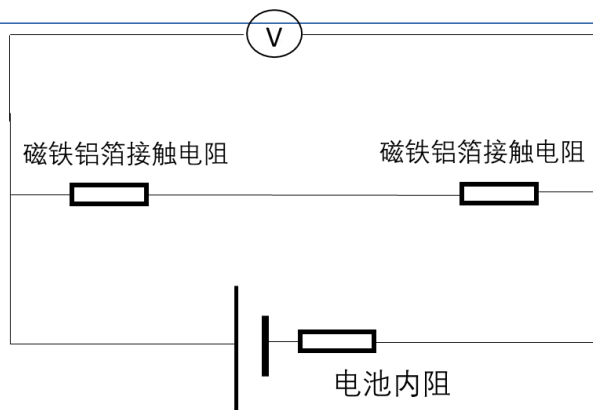
## 附录E——四线法测量铝箔电阻

- 对铝箔电阻进行测量与估计：
- 采用四线接法测铝箔电阻
  - $R < 0.0002 \Omega$
- 对比电池内阻 $R$  约等于 $0.5 \Omega$ ，可以忽略不计

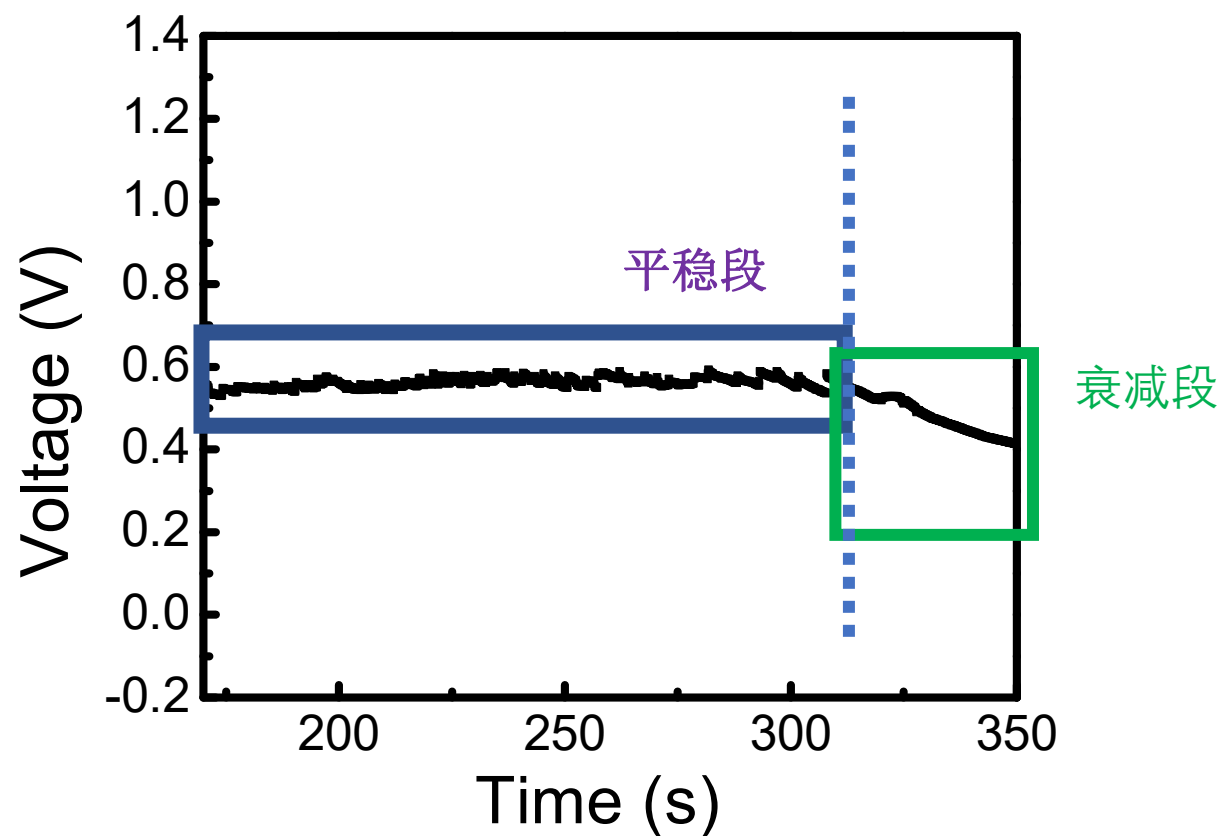




# 实验测定电池放电曲线



电流曲线测定示意图



电流放电曲线